

A කොටස

- සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

(01) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n 2^r = 2(2^n - 1)$ බව සාධනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(02) එකම රූප සටහනක $y = 2 - |x + 3|$ හා $y = |x| - 3$ හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න. එනමින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $|x| + |x - 3| \geq 5$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලුම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(03) ආගන්ධි සටහන් මත $|z - 2 + 3i| = 2$ සමීකරණය සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව මගින් නිරූපණය කරනු ලබන ලක්ෂ්‍යයේ පටය වන C හි දළ සටහනක් අඳින්න. එනමින් C මත පිහිටි z සඳහා $|z - 2|$ හි වැඩිතම හා අඩුතම අගයන් සොයන්න.

(04) $(3 + 2x)^n$ ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x හා x^2 හි සංගුණකය පිළිවෙලින් a_1 හා a_2 යැයි ගනිමු. මෙහි n යනු ධන නිඛිලයක් දර්ශකයක් වේ. $a_2 = 3a_1$ නම් n හි අගය සොයන්න.

(05) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{x+1}-1)}{1-\cos(\frac{\pi x}{2})} = \frac{4}{\pi^2}$ බව පෙන්වන්න.

(06) $y = 2x^2$ හා $y = x - 2x^2$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

- [illegible]

- [illegible]

(09) $A \equiv (2, 1), B \equiv (3, -4)$ හා S යනු AB විශ්කම්භයක් ලෙස වූ වෘත්තය යයි ගනිමු.

i) S වෘත්තයේ ද

ii) S වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරන කේන්ද්‍රය $(1, 1)$ ලෙස ඇති වෘත්තයේ ද සමීකරණය සොයන්න

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(10) $\cos \alpha = -1/\sqrt{5}, (\pi < \alpha < 3\pi/2)$ ද, $\sin \beta = 2/3, (0 < \beta < \pi/2)$ ද නම් $\sin(\alpha - \beta)$ සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

13 ശ്രേଣി

(13) a) $A = \begin{pmatrix} 3 & p \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ ලෙස ගනිමු. P යනු නිශ්ශුන්‍ය තාත්කල්පික සංඛ්‍යාවකි.

$AA^{-1} = I$ වන පරිදි A හි ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය සොයන්න. $A^{-1} = A$ වන විට P හි අගය සොයා එනගින් $BC = O$ වන පරිදි ගණය දෙක වූ ශුන්‍ය නොවන B හා C න්‍යාස දෙකක් ලබා ගන්න. මෙහි O යනු ගණය 2×2 වන ශුන්‍ය න්‍යාසයයි.

b) Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ ප්‍රතිබද්ධය $\bar{Z}$ ගෙන් දැක්වේ.

i) $Z\bar{Z} = |Z|^2$ බව පෙන්වන්න.

ii) Z_1 හා Z_2 යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යා 2 කි. $\overline{Z_1 Z_2} = \bar{Z}_1 \bar{Z}_2$ බව පෙන්වන්න.

iii) Z_1 හා Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙක සඳහා $\frac{\bar{Z}_1 - 2\bar{Z}_2}{2 - Z_1 \bar{Z}_2} = 1$ හා $|Z_2| \neq 1$ වේ. $|Z_2| = 2$ බව පෙන්වන්න.

c) $Z_1 = 1 + \sqrt{3}i$, $Z_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i$ යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා එක එකක් r යනු ධන සංඛ්‍යාවක් ද θ සුළු කෝණයක් ද ලෙස වූ $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. එනගින් $Z_1^7 \cdot Z_2^4$ තාත්කල්පික අගයක් ගන්නා බව පෙන්වන්න.

(14) a) $x \neq 0$ සඳහා $f(x) = \frac{1-2x}{4x^2}$ යැයි ගනිමු.

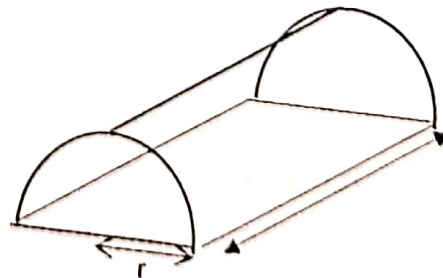
$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \neq 0$ සඳහා $f'(x) = \frac{x-1}{2x^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

එනගින් $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න. $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍ය වල බැණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \neq 0$ සඳහා $f''(x) = \frac{3-2x}{2x^4}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නති වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ බැණ්ඩාංක සොයන්න. ස්පර්ශකෝණය, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නති වර්තන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b) රූප සටහනේ දක්වා ඇත්තේ සිරස් සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පාදමක් සහිත හරිතාගාරයකි. සිරස් අර්ධ වෘත්තාකාර අන්ත සහ චක්‍රාකාර වහලය පොලිතින් ආවරණයකින් සකසා ඇත. එක් එක් අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් වල අරය r වන අතර හරිතාගාරයේ දිග l වේ. භාවිතා කරන ලද පොලිතින් ආවරණයේ වර්ගඵලය 120 m^2 ලෙස දී ඇත්නම් l හි අගය r ඇසුරින් ලියා දක්වන හරිතාගාරයේ පරිමාව v යන්න $v = 60r - \frac{\pi r^3}{2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. r හි අගය විචලනය වන විට v සඳහා පවතිනුයේ උපරිම අගයක් ද අවම අගයක් ද යන්න තීරණය කරන්න.



(15) a) $t = x^2 + 1$ ආදේශය භාවිතයෙන්, $\int \frac{x dx}{x^4 + x^2 + 2}$ අනුකලනය කරන්න.

b) සුදුසු ආදේශකයක් භාවිතයෙන්, $\int \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} dt$ අනුකලනය කරන්න.

සුදුසු ආදේශයක් සහ කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්,

$\int_0^{1/2} \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ අනුකලනය අගයන්න.

c) හින්න භාග සැලකීමෙන්, $\int \frac{2+x^2}{(x^2+1)(x+1)} dx$ අනුකලනය කරන්න.

(16) a) A ලක්ෂ්‍යය $3x + 4y = 7$ රේඛාව මත ද, B හා C ලක්ෂ්‍ය $3x + 4y = 2$ රේඛාව මත ද පිහිටා ඇත. BC රේඛාවට ලම්භකව A හරහා යන රේඛාව මත $(-2, -3)$ ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. AB රේඛාව හා $3y - x = 0$ රේඛාව එකිනෙකට ලම්භකය. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක එකකි. —

i) A හා B ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ii) C සඳහා පිහිටුම් දෙකක් තිබිය හැක බව පෙන්වන්න. එම ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

b) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය මත පිහිටි Q_1, Q_2 ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නා වූ ස්පර්ශක $P_0 = (x_0, y_0)$ හි දී හමු වේ. P_0 ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් Q_1, Q_2 ස්පර්ශ ජ්‍යායෙහි සමීකරණය ලියන්න. $x^2 + y^2 + 6y + 5 = 0$ හා $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 5 = 0$ වෘත්තවලට අනුබද්ධව $(1, -2)$ ලක්ෂ්‍යයේ ස්පර්ශ ජ්‍යායන් සමපාත බව පෙන්වන්න. තව ද ඉහත වෘත්තවලට අනුබද්ධව ස්පර්ශ ජ්‍යායන් එකම වන පරිදි පිහිටන වෙනත් ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(17) a) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ නම් $\frac{1+\sin 2x - \cos 2x}{1+\sin 2x + \cos 2x} = \tan x$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් $\tan \frac{\pi}{8}$ හි අගය අපෝහණය කරන්න.

b) $\sin \alpha \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{1}{4} \sin 3\alpha$ බව පෙන්වන්න.

එනමින් $\sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2\pi}{9} \sin \frac{3\pi}{9} \sin \frac{4\pi}{9} = \frac{3}{16}$ බවද පෙන්වන්න.

c) $f(x) = 11 \cos^2 x + 16 \cos x \sin x - \sin^2 x$ ප්‍රකාශණය $A + B \cos(2x - \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙහි A, B හා α යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

උපරිම හා අවම ලක්ෂ්‍ය සලකමින් $[0, \pi]$ පරාසය තුල $f(x)$ ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින් $f(x) = x$ සමීකරණයට ඇති විසඳුම් ගණන සොයන්න.

d) $\sin^{-1} x + \sin^{-1}(1-x) = \cos^{-1} x$ විසඳන්න.